УДК 004.056
DOI https://doi.org/10.32838/2663-5941/2019.6-1/18

Лаптєв О.А.
Державний університет телекомунікацій

Чумаченко С.М.
Національного університету харчових технологій

Половінкін І.М.
Науково-Методичний Центр кадрової політики Міністерства оборони України

Гуйда О.Г.
Таврійський національний університет імені В.І. Вернадського

ВИЗНАЧЕННЯ ОСНОВНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ВИПАДКОВИХ СИГНАЛІВ МОДЕЛІ ПОШУКУ ЗАСОБІВ НЕГЛАСНОГО ОТРИМАННЯ ІНФОРМАЦІЇ

У статті розглянуто математичне моделювання процесів радіомоніторингу на основі диференціальних перетворень, яке відрізняється тим, що процес моніторингу проходить в умовах впливу випадкових збурювань. Процес виявлення стороннього радіосигналу також є випадковим. Моделювання випадкових процесів у складних нелінійних системах вимагає великих витрат машинного часу. У системах реального часу швидкість обчислень, необхідна для одержання необхідної точності моделювання випадкових процесів, може перевищувати граничну швидкість, яку може забезпечити сучасна комп'ютерна техніка. Тому потрібно розробляти новий математичний апарат, який дозволить моделювати процес виявлення випадкових сигналів у моделі пошуку засобів негласного отримання інформації у реальному часі.

Розглянута проблема моделювання випадкових процесів на основі диференціальних перетворень, які одержують в області зображень точні моделі визначення випадкових сигналів у рамках кореляційних алгоритмів, що є дуже важливо, а обчислювання основних характеристик випадкових сигналів є дуже актуальним.

Розглянуто обчислювання основних характеристик випадкових сигналів на основі моделі диференціальних перетворень пошуку засобів негласного отримання інформації у рамках кореляційної теорії за допомогою прямих та обернених диференціальних перетворень.

Обґрунтовано положення, що математичне сподівання випадкового сигналу складається з суми усіх очікувань диференціального спектра за певних початкових умов. Приведена методика обчислювання дисперсії, яка складається з визначення диференціального спектра та обчислення дисперсії для кожної дискрети.

Обґрунтовано підхід до визначення кореляційної функції випадкового сигналу, доведено що вона будується по двох диференціальних спектрах та складається з суми усіх дискрет диференціального спектру, визначених для кореляційної функції. У якості часткового випадку приведені умови збігання кореляційної функції з дисперсією.

Ключові слова: *диференціальні перетворення, випадковий сигнал, процес, метод, модель, дискрети, спектр, методика, дисперсія, кореляційна функція.*

Постановка проблеми. Диференціальні перетворення, це відносно новий операційний метод, який на відміну від відомих інтегральних та дискретних перетворень, заснований на переводі оригіналів у область зображень за допомогою операції диференціювання. При математичному моделюванні фізичних об'єктів та процесів, що описуються диференціальними та інтегральними рівняннями, диференціальні перетворення дозволяють замінити операції інтегрування і диференціювання еквівалентними алгебраїчними операціями як у чисельному, так і в аналітичному вигляді.

Математичне моделювання процесів радіомоніторингу на основі диференціальних перетворень відрізняється тим, що процес моніторингу проходить в умовах впливу випадкових збурень.

Процес виявлення стороннього радіосигналу також є випадковим. Моделювання випадкових процесів у складних нелінійних системах вимагає великих витрат машинного часу. У системах реального часу швидкість обчислень, необхідна для одержання необхідної точності моделювання випадкових процесів, може перевищувати граничну швидкість, яку може забезпечити сучасна комп'ютерна техніка. Тому необхідно розробити математичний апарат, який дозволить моделювати процес виявлення випадкових сигналів у моделі пошуку засобів негласного отримання інформації у реальному часі та обчислювати основні випадкові характеристики цих випадкових сигналів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Спроба розвитку математичного апарату диференціальних перетворень і його застосування для класу випадкових чи стохастичних функцій і процесів була зроблена у [1–3]. Математичний апарат диференціальних перетворень був застосований до векторної випадкової функції, яка диференціюється необхідне число раз. Ця вимога істотно обмежила можливості диференціальних перетворень у межах локальної області перетину випадкового процесу для кожного фіксованого моменту часу. Таке застосування диференціальних перетворень дало тільки наближений метод моделювання випадкових процесів.

Підхід, запропонований у [3], не дозволяє реалізувати точне моделювання випадкових процесів, але така можливість існує, оскільки диференціальні перетворення відносяться до точних операційних методів [4].

Метою статті є розробка підходів до обчислювання основних характеристик випадкових сигналів у моделі пошуку засобів негласного отримання інформації у реальному часі на основі диференціальних перетворень.

Виклад основного матеріалу дослідження. Основні характеристики випадкових сигналів будемо розглядати у рамках кореляційної теорії. Розглянемо одномірний випадковий сигнал $x(t,\delta)$, де δ – задана випадкова величина. В області зображень модель цього сигналу представляється диференціальним спектром X (K, δ). Якщо виконати зворотне перетворення X (K, δ) у часову область згідно [1], то одержимо вираз:

$$x(t,\delta)=\sum_{K=0}^{\infty}\left(\frac{t}{H}\right)^{K} X(K,\delta). \qquad (1)$$

Знайдемо математичне сподівання випадкового сигналу *X(K, δ)*, описане виразом (1):

$$m_x\,(\mathrm{t}) = m_x(t)=M\left[x(t,\delta)\right]=\sum_{K=0}^{\infty}\left(\frac{t}{H}\right)^{K} M\left[X(K,\delta)\right] \qquad (2)$$

$$\mathrm{M}\left[X(K,\delta)\right]=m_x(K)=\int_{-\infty}^{\infty}X(K,\delta)\,p(\delta)\,d\delta\,,$$

де $p(\delta)$ – задана щільність розподілу імовірностей випадкової величини δ.

Якщо початок випадкового сигналу $x(t,\delta)$ розглядається від нульового моменту часу t_0=0, то $H=t-t_0=t$ і вираз (2) спрощується:

$$m_x(t)=\sum_{K=0}^{\infty}m_x(K). \qquad (3)$$

З виразу (3) випливає, що математичне сподівання $m_x(t)$ випадкового сигналу $x(t,\delta)$ визначається сумою математичних очікувань $m_x(K)$ усіх дискрет диференціального спектра $X(K,\delta)$, де K=0,1,2,і, при $H=t$.

За визначенням, дисперсія випадкової функції $x(t,\delta)$ обчислюється за виразом:

$$D_x(t)=M\left[x^2(t,\delta)\right]-m_x^2(t). \qquad (4)$$

Введемо допоміжну змінну

$$U(t,\delta)=x^2(t,\delta). \qquad (5)$$

Тоді вираз (4) приймає вигляд:

$$D_x(t)=M\left[U(t,\delta)\right]-m_x^2(t). \qquad (6)$$

Переведемо вирази (5) і (6) в область зображень, застосувавши диференціальні перетворення вказані у [1]:

$$D_x(K)=M\left[U(K,\delta)\right]-m_x^2(K)*m_x(K), \qquad (7)$$

$$\mathrm{U}(\mathrm{K},\delta)=X(K,\delta)*X(K,\delta)=\sum_{e=0}^{e=K}X(K-l,\delta)\,X(l,\delta), \qquad (8)$$

$$\mathrm{M}\left[U(K,\delta)\right]=m_x(K)=\int_{-\infty}^{\infty}U(K,\delta)\,p(\delta)\,d\delta, \qquad (9)$$

$$m_x^2(K)=m_x(K)*m_x(K)=\sum_{l=0}^{l=K}m_x(K-l)\,m_x(l), \qquad (10)$$

де * – символ операції множення в області зображень.

Вирази (7)-(10) дозволяють визначити диференціальний спектр $D_x(K)$, що моделює дисперсію $D_x(t)$ у області зображень. З метою відновлення дисперсії $D_x(t)$ у часовій області по диференціальному спектру $D_x(K)$ застосуємо зворотні диференціальні перетворення до виду, приведеного у [1]:

$$D_x(t) = \sum_{K=0}^{\infty} \left(\frac{t}{H}\right)^K D_x(K). \quad (11)$$

З огляду на те, що випадковий сигнал $x(t,\delta)$ розглядается від t_0=0 та $H = t - t_0 = t$ вираз (11) приводиться до вигляду:

$$D_x(t) = \sum_{K=0}^{\infty} D_x(K), \quad (12)$$

де $D_x(t)$-диференціальний спектр, який обчислюється за виразами (7)-(10) на основі диференціального спектра $X(K,\delta)$. Вираз (12) дає простий алгоритм визначення дисперсії $D_x(t)$ випадкового сигналу $x(t,\delta)$.

Для кожної дискрети диференціального спектра $X(K,\delta)$ необхідно знайти дисперсію $D_x(K)$ (К=0,1,2,…,i) усіх дискрет диференціального спектра $X(K,\delta)$ при $H = t$. Кореляційна функція $R_x(t_1,t_2)$ випадкового сигналу $x(t,\delta)$ будується за двома диференціальними спектрами $X(K,\delta)$ відповідно до виразу прямого диференціального перетворення дискрети, приведеного у [1].

Виберемо для розрахунків два інтервали часу $H_1 = t_1 - t_0$ та $H_2 = t_2 - t_0$. Враховуючи, що $t_0 = 0$, отримуємо $H_1 = t_1$ та $H_2 = t_2$. Позначимо диференціальний спектр $X(K,\delta)$, який був отриманий при $H_1 = t_1$, через $X(K,t_1,\delta)$, а при $H_2 = t_2$ - $X(K,t_2,\delta)$.

Визначимо математичні сподівання дискрет цих двох диференціальних спектрів:

$$m_x(\mathrm{K},t_1) = \mathrm{M}\left[X(K,t_1,\delta)\right] = \int_{-\infty}^{\infty} X(K,t_1,\delta)\,p(\delta)\,d\delta, \quad (13)$$

$$m_x(\mathrm{K},t_2) = \mathrm{M}\left[X(K,t_2,\delta)\right] = \int_{-\infty}^{\infty} X(K,t_2,\delta)\,p(\delta)\,d\delta. \quad (14)$$

В області зображень перемножуємо диференціальні спектри (13) та (14):

$$m_x(\mathrm{K},t_1)*m_x(\mathrm{K},t_2) = \sum_{l=0}^{l=K} m_x(K-l,t_1)\,m_x(l,t_2). \quad (15)$$

Формуємо в області зображень добуток двох диференціальних спектрів $X(K,t_1,\delta)$ та $X(K,t_2,\delta)$ і отримаємо вираз:

$$\begin{aligned} Q(K,t_1,t_2,\delta) &= X(K,t_1,\delta)*X(K,t_2,\delta) = \\ &= \sum_{l=0}^{l=K} X(K-l,t_1\delta)\,X(l,t_2,\delta). \end{aligned} \quad (16)$$

Знайдемо математичне сподівання від (16):

$$\begin{aligned} m_q(K,t_1,t_2,\delta) &= M\left[Q(K,t_1,t_2,\delta)\right] = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} Q(K,t_1,t_2,\delta)\,p(\delta)\,d\delta. \end{aligned} \quad (17)$$

Відповідно до визначення кореляційної функції сформуємо її диференціальний спектр $R_x(K,t_1,t_2)$ за виразом:

$$R_x(K,t_1,t_2) = m_q(K,t_1,t_2,\delta) - m_x(\mathrm{K},t_1)*m_x(\mathrm{K},t_2). \quad (18)$$

Перехід від диференціального спектра $R_x(K,t_1,t_2)$ у часову область можливо виконати зворотним диференціальним перетворенням, відповідно до [1], двома способами: при $H_1 = t_1$ та $H_2 = t_2$. У результаті отримаємо:

$$R_x(t_1,t_2) = \sum_{K=0}^{\infty} R_x(K,t_1,t_2). \quad (19)$$

Таким чином, кореляційна функція $R_x(t_1,t_2)$ випадкового сигналу $x(t,\delta)$ визначається сумою всіх дискрет диференціального спектра $R_x(K,t_1,t_2)$, обчислення якого здіснюється за виразами (13) – (18).

У частковому випадку, коли $t_1 = t_2 = t$, кореляційна функція $R_x(t)$ дорівнює дисперсії $D_x(t)$, а алгоритм обчислення кореляційної функції збігається з алгоритмом визначення дисперсії.

Висновки. Запропоновано математичний апарат обчислювання основних характеристик випадкових сигналів на основі моделі диференціальних перетворень пошуку засобів негласного отримання інформації у рамках кореляційної теорії.

За допомогою прямих та обернених диференціальних перетворень обґрунтовано, що математичне сподівання випадкового сигналу складається з суми усіх очікувань диференціального спектра за певних початкових умов.

Приведена методика обчислювання дисперсії, яка складається з визначення диференціального спектра та обчислення дисперсії для кожної дискрети. Обґрунтовано підхід до визначення кореляційної функції випадкового сигналу, доведено, що вона будується по двох диференціальних спектрах та складається з суми усіх дискрет диференціального спектру, визначених для кореляційної функції. В якості часткового випадку приведені умови збігання кореляційної функції з дисперсією.

Список літератури:

1. Лаптєв О.А., Половінкін І.М, Клюковський Д.В., Барабаш А.О. Модель пошуку засобів негласного отримання інформації на основі диференціальних перетворень // Sciences of Europe. Praha, Czech Republic. 2019. Vol. 1. № 43.

2. Пухов Г.Е. Приближенные методы математического моделирования основаные на применении дифференциальных Т-преобразований. К. : Наукова думка, 1988. 216 с.

3. Пухов Г.Е. Дифференциальные спектры и модели. К. : Наукова думка, 1990. 188 с.

4. Основы автоматического управления / под ред. В.С. Пугачева. М. : Наука, 1974. 720 с.

5. Лаптєв О.А Формальні математичні моделі для забезпечення безпеки інформації / Лаптєв О.А., Степаненко В.І., Тихонов Ю.О. // Сучасний захист інформації № 1(37), 2019 , ISSN2409-7292, С. 59–64.

6. Laptev A.A. The method of searching for digital means of illegal reception of information in information systems in the working range of Wi-Fi / Laptev A.A., Barabash O.V., Savchenko V.V., Savchenko V.A., Sobchuk V.V. International Journal of Advanced Research in Science, Engineering and Technology. India (ISSN: 2350-0328) 2019. Vol. 6, Issue 7–P. 10101-10105.

Laptiev O.A., Polovinkin I.M., Chumachenko S.M., Guida O.G. DETERMINATION OF THE BASIC CHARACTERISTICS OF THE RANDOM SIGNALS OF THE MODEL THE MEANS OF ILLEGAL OBTAINING OF INFORMATION

The article deals with mathematical modeling of radio-monitoring processes on the basis of differential transformations, characterized in that the monitoring process consists in the conditions of influence of random disturbances. The process of detecting a third party radio signal is also random. Modeling random processes in complex non-lily systems requires a lot of machine time. In real-time systems, the calculation speed required to obtain the necessary precision of random process modeling may exceed the speed limit that modern computer technology can provide.

Therefore, we need to develop a new mathematical apparatus that will allow us to simulate the process of detecting random signals in a model of search for means of silent information in real time. The problem of random processes modeling based on differential transformations, which give accurate models of determination of random signals within the framework of correlation algorithms, is very important, and the calculation of the basic characteristics of random signals is very relevant.

The calculation of the basic characteristics of random signals based on the model of differential transformations of the search for the means of silent retrieval of information within the framework of correlation theory is considered. By means of direct and inverse differential transformations. It is substantiated that the mathematical expectation of a random signal consists of the sum of all expectations of the differential spectrum, under certain initial conditions. The technique for calculating the variance, which consists of determining the differential spectrum and calculating the variance for each discrete, is presented.

The approach to determining the correlation function of a random signal is substantiated, it is proved that it is constructed on two differential spectra and consists of the sum of all discrete differential spectra defined for the correlation function. In the special case, the conditions of the coincidence of the correlation function with the variance are given.

Key words: *differential transformations, random signal, process, method, model, discrete, spectrum, technique, variance, correlation function.*